シアー流中の内部重力波の伝播

竹広 真一

2016/01/16

内部重力波がシアー流中を伝播する様子を数値計算にて示す. 以下では, その定式化と設定を記す.

1 支配方程式

2 次元ブシネスク流体の支配方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u + F_x, \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} - g\frac{\rho}{\rho_0} + \nabla^2 v + F_y, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + v\Gamma = \kappa\nabla^2\rho. \tag{4}$$

x, y は水平および鉛直座標, u, v は速度の x, y 成分, ρ_0 はブシネスク流体の平均密度, ρ は密度擾乱, g は重力加速度, Γ は基本場の鉛直密度傾度, ν, κ は粘性及び密度拡散係数である. (F_x, F_y) は内部重力波を励起する強制項である.

運動方程式から圧力を消去すべく渦度方程式を導くと,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v\frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial x} + \nu\nabla^2\zeta + F_\zeta \tag{5}$$

ただし $\zeta = \partial_x v - \partial_y u$, $F_\zeta = \partial_x F_y - \partial_y F_x$ である．ここで流れ関数 ψ を $u = -\partial_y \psi, v = \partial_x \psi$ と導入する．すると支配方程式は,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + J(\psi, \zeta) = -\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial x} + \nu \nabla^2 \zeta + F_\zeta, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + J(\psi, \zeta) + \Gamma \frac{\partial \psi}{\partial x} = \kappa \nabla^2 \rho, \tag{7}$$

$$\nabla^2 \psi = \zeta. \tag{8}$$

2 実験設定

境界条件は水平方向に周期的条件, 鉛直方向の上下の壁において, 速度場に対して上端で自由すべり, 下端で粘着条件, 密度場に対しては上下端ともに壁を通るフラックスが 0 であるとする.

計算領域は水平方向に 300, 鉛直方向に 60 とする.

用いるパラメターの値は $\rho_0 = 1, g = 980, \Gamma = -2.5 \times 10^{-3}$, $\nu = 10^{-3}$, $\kappa = 10^{-5}$ とする.

初期条件は鉛直方向に線形なシアー流場とする.

$$u = \Lambda y, \quad v = 0, \quad \rho = 0. \tag{9}$$

ここで $\Lambda = 2.5$ とする.

強制項は

$$F_\zeta = kF_0 \sin(kx - \omega t) * exp(-y^2/\delta^2) \cdot [1 + \tanh(t - t_0)/\sigma] \tag{10}$$

と与える．ただし $\omega = 2\pi/\tau_F$ である．パラメターは $F_0 = 1.0, \tau_F = 16.0$ とした. $k = 2\pi \cdot 8/L_x$ と与えた．ここで L_x は x 方向の領域の大きさである.

3 結果

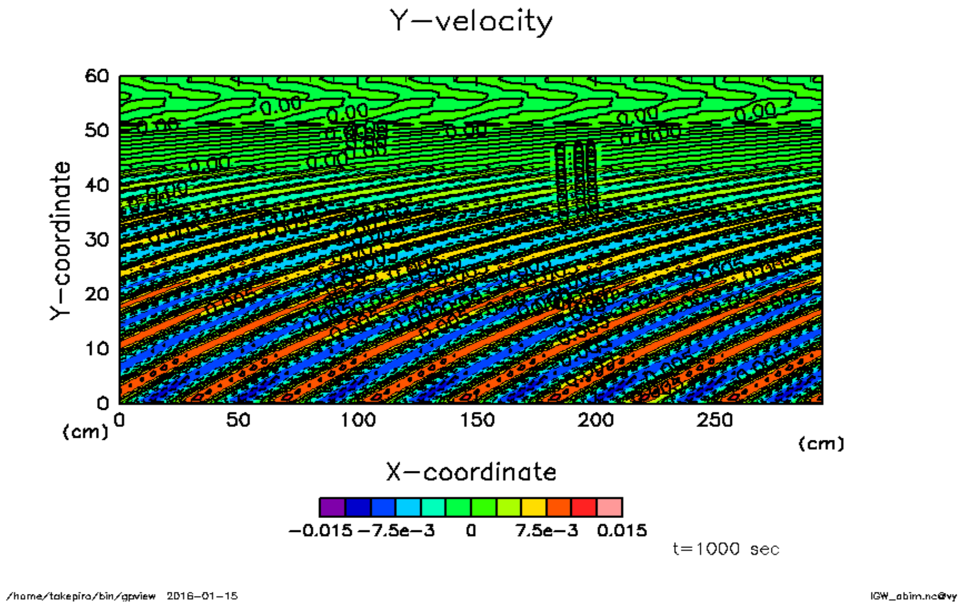

図 1: 鉛直流 v の時間発展アニメーション